VI городская олимпиада по математике для учащихся 6, 7 классов.

1 марта 2015 года.

7 класс.

1. При сложении двух целых чисел ученик по ошибке поставил во втором слагаемом лишний нуль в конце и получил в сумме 6641 вместо 2411. Определите исходные слагаемые.

Ответ: 1941 и 470.

Решение: Пусть ***x*** – первое число, ***y*** – второе число. Тогда по условию

$$\begin{cases} x+y=2411 \\ x+10y=6641 \end{cases}$$

Вычтем из второго уравнения первое, тогда $9y=4230$, отсюда $y=470$. Из первого уравнения $x=2411-470=1941$.

2. Даны две обыкновенные несократимые дроби. У первой сумма числителя и знаменателя равна 222, а у другой эта сумма равна 100. Может ли сумма этих дробей быть равной $\frac{17}{20}$?

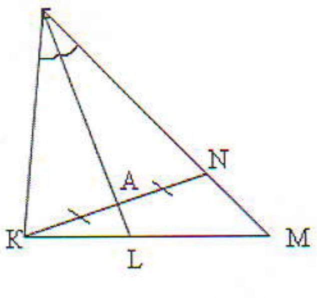
Ответ: не может.

Решение: Так как сумма числителя и знаменателя четна, они одинаковой четности. Но оба четными быть не могут, иначе дробь сократима. Значит, знаменатели наших дробей нечетны. За общий знаменатель возьмем НОК этих знаменателей, он тоже будет нечетный. Если дробь после сложения числителей придется сократить, знаменатель все равно останется нечетным. Поэтому не станет равным 20, и, в частности, сумма не может стать равной $\frac{17}{20}$.

3. На стороне FM треугольника KFM отметили точку N так, что FN : NM = 3 : 1. Биссектриса FL пересекает отрезок KN в его середине. Найти FM, если известно, что KF = 9 см.

Решение и ответ.

В треугольнике KFN, биссектриса FA совпадает с медианой, следовательно, треугольник KFN – равнобедренный, FN = 9 см, FN : NM = 3 : 1, тогда NM = 3 см и FM = 12 см.



4. На круговом треке соревновались два гонщика, стартовавшие с одной линии, но в разные стороны. Их седьмая встреча прошла на линии старта. Через сколько секунд после старта произошла эта встреча, если известно, что первый тратил на каждый круг на 30 секунд меньше второго. Рассмотрите все варианты.

<u>Решение и ответ.</u>

Ответ: через 360, 100 или 36 с.

Решение. Между встречами гонщики вместе проезжают один круг. Значит, к моменту седьмой встречи они в сумме проехали 7 кругов, причем каждый проехал целое число кругов. Число 7 можно разложить в сумму натуральных чисел тремя способами: 1 + 6, 2 + 5, 3 + 4. Более медленный гонщик проехал меньше кругов, то есть 3, 2 или 1 круг. Тогда быстрый проехал соответственно 4, 5 или 6 кругов. Покрытые расстояния могут относится как 3 : 4, 2 : 5 или 1 : 6, а значит, так же относятся и их скорости. А времена прохождения одного круга находятся в обратной пропорции.

Случай 4 : 3. Медленный проходит круг за 4t с, а быстрый – за 3t с. По условию 4t – 3t = 30, t = 30, т.е. медленный проходит всю дистанцию за 3 · 4 · 30 = 360с.

Случай 5 : 2.5t – 2t = 30, t = 10, общее время 100 с.

Случай 6 : 1. 6t – t = 30, t = 6, общее время 36 с.

5. За праздничным столом в новогоднюю ночь сидят 30 человек. 26 из них зовут Саша. В полночь каждый загадывает желание. Исполнится оно только у тех, кто сидит между двумя Сашами. Какое наибольшее и наименьшее число желаний может исполниться?

<u>Решение и ответ.</u>

Ответ: 22 и 25.

4 человека имеют имя не Саша. Каждый из них может «испортить исполнение желания» максимум двоим, т.к. имеет двух соседей. Все четверо – восьмерым. Пример: между четырьмя не Сашами за круглым столом 4 промежутка. В три из них посадим по 2 Саши, в четвертом окажется 20 Саш. У каждого из соседей не Саш желание не исполнится, у всех остальных, включая самих не Саш, - исполнится.

Если между не Сашами посадить по 1 Саше, то желание исполнится у 25 человек, не исполнится у 5 соседей не Саш. Больше 25 невозможно, т.к. не Саши «портят исполнение желания» своим соседям, а у 4-х человек минимум 5 соседей (не более трех общих).